**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ ЗАОЧНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ФГБОУ ВПО РГАЗУ)**

**Факультет механизации и технического сервиса**

**Кафедра технической механики**

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА(СОПРОМАТ)**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**И ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**Студентам 2\*, 2 курсов по направлениям:**

**110800 - «Агроинженерия»**

**Профиль: «Электрооборудование и электротехнологии»**

**Студентам 2\*, 3 курсов направления**

**280100 - «Природообустройство и водопользование»**

**Москва 2012**

Составители: д.т.н., профессор Белов М.И.

УДК 621.01 (075.5)

Прикладная механика (сопромат): Методические указания по выполнению контрольной работы и задания/ Рос. гос. аграр. заоч. ун-т; Сост. М.И. Белов.− М., 2012. − с. 35.

Предназначены для студентов 2\*, 2, 3 курсов

Утверждены методической комиссией факультета МиТС ФГБОУ ВПО РГАЗУ

Рецензенты: к.т.н., профессор кафедры «Прикладная механика (сопромат)» Б. В. Пылаев (ФГБОУ ВПО МГАУ им. В. П. Горячкина), к.т.н., доцент С.В. Горюнов (ФГБОУ ВПО РГАЗУ)

**РАЗДЕЛ 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина «Прикладная механика (сопромат)» относится к базовой части профессионального цикла ООП по направлениям 190600 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» и 280100 «Комплексное использование и охрана водных ресурсов», а по направлению 110800 «Агроинженерия» к вариативной части профессионального цикла ООП. Методические указания по данной дисциплине составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлениям 190600 − «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» и 280100 «Природообустройство и водопользование», примерной программой по дисциплине и рабочими учебными планами, утвержденными ученым советом университета 26.01.2011 г.

«Прикладная механика (сопромат)» - это дисциплина, которая базируется на знаниях дисциплин «Высшая математика» и «Теоретическая механика» и непосредственно связана с общеинженерными дисциплинами «Теория механизмов и машин», «Детали машин и основы конструирования», а также с дисциплинами «Тракторы и автомобили», «Сельскохозяйственные машины» и др.

Изучение «Прикладная механика (сопромат)» дает необходимый минимум инженерных знаний, на базе которых будущий специалист инженерного профиля сможет самостоятельно овладевать новой научной и производственно-технической информацией по месту своей будущей работы.

**1.1. Цели и задачи дисциплины**

Дисциплина «Прикладная механика (сопромат)» призвана научить будущих инженеров простым и надежным приемам расчетов на прочность, жесткость и устойчивость инженерных конструкций, а также оценки работоспособности и пригодности к эффективному использованию создаваемых машин и оборудования.

Дисциплина «Прикладная механика (сопромат)» базируется на знаниях дисциплин «Высшая математика» и «Теоретическая механика».

Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен знать основы теории напряженного и деформированного состояний, гипотезы прочности, формулы расчетов напряжений и деформаций брусьев для различных случаев нагружения, условия прочности и жесткости, геометрические характеристики плоских сечений, механические свойства и характеристики конструкционных материалов, методы выбора допускаемых напряжений и коэффициентов запаса прочности и устойчивости, элементы рационального проектирования простейших систем.

Цель дисциплины «Прикладная механика (сопромат)» – сформировать у будущих бакалавров и инженеров убеждение в материальности окружающего мира, состоящего из материальных объектов, механические взаимодействия между которыми подчинены строгим законам.

Для выработки у современных специалистов с высшим техническим образованием, необходимой культуры решение следующих задач:

1. Обеспечение высокого уровня фундаментальной инженерно-технической подготовки студентов.
2. Выработки у студентов проводить логический и качественный анализ технических задач на основе построения математической модели.
3. Умение использовать методы дисциплины сопротивления материалов, необходимые для работы по выбранной инженерной специальности.
4. Умение специалиста самостоятельно продолжить свое техническое образование.

В результате изучения дисциплин студент должен:

1. Обладать следующими **общекультурными компетенциями (ОК):**

- владением культурой мышления, способностью к обобщению анализу, восприятию информации, постановки цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);

- умением логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (ОК-2);

1. Обладать следующими **профессиональными компетенциями (ПК):**

**-** способностью к использованию основных естественнонаучных дисциплин и законов механики в профессиональной деятельности, применение методов сопротивления материалов и моделирования (ПК-1);

**-** способностью решать инженерные задачи с использованием основных законов механики, электротехники, гидравлики, термодинамики (ПК-3);

**-** способностью проводить и оценивать результаты измерений (ПК-5);

**-** готовностью к обработке результатов экспериментальных исследований.

В результате изучения дисциплины студент **должен:**

**уметь:** производить расчеты на прочность и жесткость стержней и стержневых систем при растяжении (сжатии), кручении, изгибе и сложном нагружении при статическом и ударном приложении нагрузок, определять деформации и напряжения в стержневых системах при температурных воздействиях; используя современную вычислительную технику, определять оптимальные параметры системы при изменении одного или нескольких параметров, пользоваться методами расчета машин и конструкций на прочность.

**знать:** как производятся расчеты на прочность и жесткость стержней и стержневых систем при растяжении (сжатии), кручении, изгибе и сложном нагружении при статическом и ударном приложении нагрузок; как определяются деформации и напряжения в стержневых системах при температурных воздействиях; как использовать современную вычислительную технику, для определения оптимальных параметров системы при изменении одного или нескольких параметров; как пользоваться методами расчета машин и конструкций на прочность.

**1.2. Библиографический список**

**Основной**

1. Костенко Н.А. и др. Прикладная механика (сопромат): Учеб. для втузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 2007. 488 с.

2. Волков А.Н. Прикладная механика (сопромат): Учеб. для вузов /А.Н.Волков – М.: Колос С, 2004.-295 с.

3. Грес П.В. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: учеб. пособие для вузов/ П.В. Грес. – М.: Высш. шк., 2010. – 135 с.

4. Кривошапко С.Н. Прикладная механика (сопромат): лекции, семинары, расчетно-графические работы: учеб. для бакалавров/ С.Н. Кривошапко. – М.: Юрайт, 2012. – 413 с.

**Дополнительный**

5. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Прикладная механика (сопромат): Учеб. для вузов. 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1989, 624 с.

6. Феодосьев В.И. Прикладная механика (сопромат). – М.: Наука, 1986.

7. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. – М.: Высш. шк., 1999, 592 с.

8. Ахметзянов М.Х. Прикладная механика (сопромат): учеб. для вузов/ М.Х. Ахметзянов, И.Б. Лазарев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2011. – 300 с.

9. Семин М.И. Основы сопротивления материалов: Учеб. пособие для вузов/ М.И.Семин. – М.: Владос, 2005. – 255 с.

**1.3. Распределение учебного времени, час.**

**Таблица 1.3. Распределение учебного времени по модулям и темам**

**дисциплины**

| № п/п | Наименование модуля (раздела) дисциплины | Лекции | Лабораторные занятия | Самостоятельная работа | Всего  Час. |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **Модуль 1. Основные понятия. Растяжение, сжатие. Теория напряженного состояния. Сдвиг. Геометрические характеристики сечений** | | **5**  **(2,5)** | **4**  **(3)** | **61 (64,5)** | **70** |
| 1.1 | Основные понятия. Растяжение, сжатие | 2  (1) | 2  (1) | 29(31) | 33  (33) |
| 1.2 | Теория напряженного состояния. Сдвиг | 2  (1) | 1  (1) | 21  (22) | 24  (24) |
| 1.3 | Геометрические характеристики сечений | 1  (0,5) | 1  (1) | 11  (11,5) | 13  (13) |
| **Модуль 2. Кручение бруса круглого сечения. Прямой изгиб** | | **3**  **(1,5)** | **4**  **(2)** | **23**  **(26,5)** | **30** |
| 2.1 | Кручение бруса круглого сечения | 1  (0,5) | 1  (1) | 12  (12,5) | 14  (14) |
| 2.2 | Прямой изгиб бруса постоянного сечения | 2  (1) | 3  (1) | 11  (14) | 16  (16) |

Окончание таблицы 1.3

| **Модуль 3. Сложное сопротивление. Расчет статически неопределимых стержневых систем. Продольный изгиб прямого стержня** | | **-** | **-** | **35**  **(35)** | **35** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3.1 | Сложное сопротивление. Косой изгиб бруса. Расчет статически неопределимых стержневых систем | - | - | 23  (23) | 23  (23) |
| 3.2 | Продольный изгиб прямого стержня. Устойчивость стержня при изгибе | - | - | 11  (11) | 11  (11) |
| **Модуль 4. Динамическая нагрузка. Расчет конструкций по несущей способности** | | **-** | **-** | **9**  **(9)** | **9**  **(9)** |
| 4.1 | Удар | - | - | 6  (6) | 6  (6) |
| 4.2 | Усталость. Расчет по несущей способности | - | - | 3  (3) | 3  (3) |
| **Всего по направлению 110800** | | **8**  **(4)** | **8**  **(6)** | **128 (134)** | **144**  **(144)** |
| **По направлению 190600** | | **8**  **(4)** | **8**  **(6)** | **92 (98)** | **108**  **(108)** |
| **По направлению 280100** | | **6**  **(4)** | **8**  **(4)** | **130 (136)** | **144**  **(144)** |

*Примечание: в скобках указаны часы для студентов с сокращенным сроком обучения*

**Раздел 2. Содержание учебных модулей дисциплины и методические указания по их изучению**

**2.1 Содержание модулей дисциплины**

**Модуль 1. Основные понятия. Растяжение, сжатие. Теория напряженного состояния. Сдвиг. Геометрические характеристики сечений**

**Содержание модуля 1**

**Тема 1. Основные понятия. Растяжение, сжатие**

Основные понятия. Расчетная схема, нагрузки. Внутренние усилия. Метод сечений. Напряжения, деформации, перемещения. Центральное растяжение – сжатие. Напряжения в поперечных и наклонных сечениях бруса. Продольные и поперечные деформации. Закон Гука. Перемещения поперечных сечений бруса. Допускаемые напряжения. Расчет на прочность. Статически неопределимые системы.

**Тема 2. Теория напряженного состояния. Сдвиг**

Плоское напряженное состояния. Главные напряжения. Главные площадки. Исследование плоского напряженного состояния с помощью круга Мора. Чистый сдвиг. Деформации при сдвиге. Закон Гука при сдвиге. Расчет заклепочных и сварных соединений.

**Тема 3. Геометрические характеристики сечений**

Статические моменты и моменты инерции плоских фигур. Вычисление моментов инерции фигур в виде круга, кольца, треугольника и прямоугольника. Изменение осевых и центробежных моментов инерции при параллельном переносе и повороте осей. Главные моменты инерции и главные оси инерции. Вычисление осевых моментов инерции и определение центра тяжести сложных фигур.

**Модуль 2. Кручение бруса круглого сечения. Прямой изгиб**

**Содержание модуля 2**

**Тема 1.** Кручение бруса круглого сечения. Основные понятия. Крутящий момент. Кручение прямого бруса круглого поперечного сечения. Главные напряжения при кручении бруса. Расчет бруса на прочность и жесткость. Расчет цилиндрических винтовых пружин.

**Тема 2.** Прямой изгиб бруса постоянного сечения. Внутренние усилия при прямом изгибе. Эпюры внутренних усилий. Формулы Журавского. Прямой чистый изгиб. Прямой поперечный изгиб. Расчеты на прочность при изгибе. Определение перемещений в балках методом начальных параметров и графоаналитическим методом.

**Модуль 3. Сложное сопротивление. Расчет статически неопределимых стержневых систем. Продольный изгиб прямого стержня**

**Содержание модуля 3**

**Тема 1.** Сложное сопротивление. Косой изгиб бруса. Расчет статически неопределимых стержневых систем

Косой изгиб. Внецентренное растяжение и сжатие брусьев большой жесткости. Ядро сечения. Изгиб с кручением брусьев круглого сечения. Статическая неопределимость. Канонические уравнения метода сил. Расчет статически неопределимых стержневых систем.

**Тема 2.** Продольный изгиб прямого стержня. Устойчивость стержня при изгибе

Понятие об устойчивости равновесия упругих систем. Продольный изгиб бруса. Потеря устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Расчеты стержней на устойчивость.

**Модуль 4. Динамическая нагрузка.**

**Расчет конструкций по несущей способности**

**Содержание модуля 4**

Тема 1. Удар

Общие сведения о динамических нагрузках. Динамические задачи, приводимые к статическим задачам. Удар. Частные случаи ударной нагрузки.

Тема 2. Усталость. Расчет по несущей способности

Переменные напряжения. Усталость. Предел выносливости. Диаграммы предельных амплитуд и предельных напряжений. Расчет на прочность при переменных напряжениях. Расчет бруса по несущей способности при растяжении и сжатии, кручении бруса круглого сечения, изгибе. Метод расчета конструкций по предельным состояниям.

**2.2. Вопросы для самоконтроля по модулям дисциплины**

**Основные понятия. Растяжение, сжатие. Теория напряженного состояния. Сдвиг. Геометрические характеристики сечений**

1. Какой вид деформации называется центральным растяжением?

2. Как определяется и строится эпюра продольных сил в сечениях бруса?

3. Как формулируется гипотеза Бернулли?

4. Как вычисляются нормальные и касательные напряжения в поперечных и наклонных сечениях бруса?

5. Как определяются абсолютная и относительная деформации?

6. Как формулируется закон Гука, и какие величины в него входят?

7. Какое напряженное состояние называется плоским?

8. Какое напряженное состояние называется пространственным?

9. Что представляют собой главные площадки и главные напряжения?

10. Для чего служит круг Мора?

11. Как строится круг Мора?

12. Как определяются напряжения на любых площадках с помощью круга Мора?

13. Какой случай плоского напряженного состояния называется чистым сдвигом?

14. Как записывается закон Гука при сдвиге?

15. Как определяется статический момент инерции плоской фигуры относительно оси?

16. Как определяется момент инерции плоской фигуры относительно оси?

17. Как определяется полярный момент инерции плоской фигуры относительно оси?

18. Каковы размерности статического момента инерции и момент инерции плоской фигуры относительно оси?

19. Как определяются координаты центра тяжести плоской фигуры?

20.Какие оси называются главными осями инерции?

21. Какие оси называются центральными главными осями инерции?

22. Чему равен центробежный момент инерции относительно главных осей инерции?

23. В каких случаях можно определить положения главных осей инерции без вычислений?

**Кручение бруса круглого сечения. Прямой изгиб**

1. При каком нагружении прямой брус испытывает деформацию кручения?

2. Как вычисляется момент пары по заданной мощности и угловой скорости в оборотах в минуту?

3. Как определяются эпюры крутящих моментов и как они стоятся?

4. Как определяется полный и относительный углы закручивания бруса?

5. Какие напряжения возникают в поперечном сечении бруса круглого сечения при кручении?

6. На каких площадках, проходящих через точку, возникают наибольшие нормальные напряжения?

7. На каких площадках, проходящих через точку, возникают наибольшие касательные напряжения?

8. Как производится расчет на прочность бруса при кручении?

9. Как определяется прямой изгиб?

10. Как различаются чистый и поперечный изгибы?

11. Какие внутренние усилия возникают в поперечном сечении бруса при поперечном изгибе?

12. Какие типы опор применяются для закрепления балок к основанию?

13. Как формулируется теорема Журавского?

14. Позволяет ли теорема Журавского проверять правильность построения эпюр поперечной силы и изгибающего момента в поперечных сечениях бруса? Если да, то как именно?

15. Что представляет собой нейтральный слой и нейтральная ось?

16. Как определяется момент сопротивления при изгибе?

17. Какие перемещения получают точки балки при прямом изгибе?

18. В чем суть определения перемещений балки методом начальных параметров?

**Сложное сопротивление. Расчет статически неопределимых стержневых систем. Продольный изгиб прямого стержня**

1. Какой изгиб называется косым?

2. Может ли балка круглого сечения испытывать косой изгиб?

3. Сочетанием каких видов изгиба является косой изгиб?

4. Как находится положение нейтральной оси при косом изгибе?

5. Что представляют собой опасные точки сечения и как они определяются при косом изгибе?

6. Как определяется положение нейтральной оси при внецентренном растяжении и сжатии?

7. По каким формулам определяются нормальные напряжения при внецентренном растяжении и сжатии?

8. Как определяется и строится ядро сечения?

9. Какие напряжения возникают в поперечном сечении бруса при изгибе с кручением?

10. Какие точки круглого поперечного сечения бруса являются опасными при изгибе с кручением?

11. Как рассчитывается на прочность брус круглого сечения при изгибе с кручением?

12. Какие системы называются статически неопределимыми?

13. Как определяется степень статической неопределимости системы?

14. Какая система называется геометрически неизменяемой?

15. Как определяется степень статической неопределимости замкнутого контура?

16. Что выражает каждое из канонических уравнений?

17. Перемножением каких эпюр определяются коэффициенты и грузовые члены системы канонических уравнений?

18. Как производится определение перемещений в статически неопределимых системах?

19. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?

20. Дайте определения критической силы и критического напряжения.

21. Дайте определение гибкости стержня.

22. Что представляет собой коэффициент приведения длины и чему он равен при различных видах закрепления стержня?

23. Какой вид имеет условие устойчивости сжатого стержня?

24. Как подбирается сечение стержня при расчете на устойчивость?

25. Как определяется продольно-поперечный изгиб стержня?

26. Можно ли применять принцип независимости действия сил при продольно-поперечном изгибе?

**Динамическая нагрузка. Расчет конструкций по несущей способности**

1. Какие нагрузки называются статические и какие – динамические?

2. Какое явление называется ударом?

3. Какая гипотеза лежит в основе теории удара в курсе сопротивления материалов?

4. Дайте определение динамического коэффициента при ударе.

5. Какая нагрузка называется внезапной и чему равен динамический коэффициент при внезапной нагрузке?

6. Как определяются перемещения и напряжения при ударе?

7. Какие конструктивные решения позволяют уменьшить напряжения при ударе?

8. Зависят ли напряжения при ударе от модуля упругости материала?

9. Что называется циклом напряжений?

10. Что представляет собой симметричный и асимметричный циклы?

11. Что называется средним, максимальным, минимальным напряжением, амплитудой, коэффициентом асимметрии цикла напряжений?

12. Что представляет собой кривая усталости (кривая Вёллера)?

13. Что называется пределом выносливости?

14. Как влияет на предел выносливости чистота поверхности?

15. От основных факторов зависит величина требуемого коэффициента запаса прочности?

16. Как определяются коэффициенты запаса прочности при симметричном цикле в случае изгиба, растяжения и сжатия, кручения?

**Раздел 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ И УКАЗАНИЯ ПО ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ**

**3.1. Методические указания по выполнению контрольной работы**

Контрольная работа по дисциплине включает 6 заданий, в том числе по разделу «Основные понятия. Растяжение, сжатие. Теория напряженного состояния. Сдвиг. Геометрические характеристики сечений» – 1, по разделу «Кручение бруса круглого сечения. Прямой изгиб» – 2, 3, по разделу «Сложное сопротивление. Расчет статически неопределимых стержневых систем. Продольный изгиб прямого стержня» – 4, 5. Исходные данные к каждому из заданий приведены в таблицах. Номер варианта для первой заданной величины в таблице соответствует последней цифре учебного шифра студента, для второй заданной величины номер варианта принимается по предпоследней цифре шифра и для третьей величины – по третьей цифре с конца. Таким образом, по каждому из шести заданий контрольной работы студенты выполняют свои индивидуальные варианты расчетов.

Для выполнения задания 1 необходимо проработать тему 1 «Основные понятия. Растяжение, сжатие» модуля 1; для выполнения задания 2 – тему 1 «Кручение бруса круглого сечения» модуля 2; для выполнения задания 3 – тему 2 «Прямой изгиб бруса постоянного сечения» модуля 2; для выполнения задания 3 – тему 2 «Прямой изгиб бруса постоянного сечения» модуля 2; задания 4 – тему 1 «Сложное сопротивление. Косой изгиб бруса. Расчет статически неопределимых стержневых систем» модуля 3; задания 5 – тему 2 «Продольный изгиб прямого стержня. Устойчивость стержня» модуля 3.

Контрольную работу рекомендуется выполнять в школьной тетради в клетку или на листах формата А4 с пронумерованными страницами, у которых с внешнего края оставляются поля шириной не менее 3 см для замечаний проверяющего преподавателя. Каждое из семи заданий целесообразно начинать с новой страницы, все расчеты и пояснения к ним выполнять чернилами, а схемы, графики и эпюры – карандашом, причем все схемы и эпюры к одному заданию размещают на одной странице, последовательно друг под другом с поясняющими надписями и обозначениями.



**3.2. Задания для контрольной работы**

**Задание 1. Расчёт составного бруса на прочность при растяжении-сжатии**

Стальной составной брус (рис. 1), заделанный на левом конце и нагруженный внешними силами , , направленными вдоль оси бруса, состоит из трёх частей. Длина *a* каждой из частей равна 0,4 м. Площадь *F* попе

*2F*

*F*

*2F*

*a*

*a*

*a*



Рис. 1

речного сечения средней части вдвое меньше площадей сечений крайних частей.

Требуется при известном модуле *E* упругости, равном 2 105 МПа,

1) построить эпюру внутренних продольных сил;

2) построить эпюру нормальных напряжений;

3) проверить условие прочности бруса при допускаемом растягивающем напряжении [*σр*], равном 240 МПа;

4) найти полное удлинение (укорочение) бруса при выполнении условия прочности.

Значения исходных данных берутся из табл. 3. Например, для учебного шифра Эл-4195 нужно принять *F* =600 мм2; *Р1*=60 кН; *Р2*=30 кН.

Таблица 3

Исходные данные к заданию 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер столбца (варианта) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *F*, мм2 | 400 | 500 | 600 | 400 | 500 | 600 | 400 | 500 | 600 | 400 |
| *Р1* , кН | 30 | 40 | 50 | 60 | 30 | 40 | 50 | 60 | 30 | 60 |
| *Р2* , кН | 40 | 30 | 20 | 10 | 50 | 30 | 20 | 20 | 40 | 30 |

**Задание 2. Расчёт сплошного круглого вала на прочность**

**при кручении**

На горизонтальном стальном валу (рис. 2), вращающемся со скоростью *n*, равной 240 *оборотов в минуту*, насажено четыре шкива. Шкивы *1*, *3*, *4* передают рабочим

×

×

×

×

*2*

*3*

*4*

*1*

*a*

*a*

*a*

Рис. 2

органам машины мощности *Р1*, *Р3*, *Р4* соответственно. Шкив *2* служит для отбора мощности *Р2* от двигателя:

*Р2 = Р1* + *Р3* + *Р4*.

При расстоянии *a* между шкивами, равном 0,4 м, диаметре *d* круглого сечения вала, равном *60 мм*, и модуле *G* сдвига (упругости) стали, равном 8 104 МПа, требуется

1) построить эпюру крутящих моментов;

2) найти опасное сечение и наибольшее касательное напряжение;

3) проверить условие прочности вала при допускаемом касательном напряжении [*τр*], равном 60 МПа;

4) найти угол поворота шкива 4 относительно шкива 1.

Значения исходных данных берутся из табл. 4.

Таблица 4

Исходные данные к заданию 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер столбца (варианта) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *Р1*, кВт | 20 | 25 | 30 | 35 | 20 | 25 | 30 | 20 | 25 | 30 |
| *Р2*, кВт | 15 | 15 | 20 | 25 | 30 | 15 | 20 | 25 | 20 | 15 |
| *Р4*, кВт | 30 | 30 | 15 | 20 | 20 | 25 | 15 | 15 | 20 | 30 |

**Задание 3. Расчёт бруса на прочность при поперечном изгибе**

*q*

*C*

*D*

*M*

*А*

*B*

*1 м*

*3 м*

*4 м*

Горизонтальная балка (рис. 3) *АD* со свободным концом *А* опирается на неподвижный шарнир *В* и подвижный *D*. Балка нагружена парой сил с моментом *М* пары на конце *А* и распределенной на

Рис. 3

участке *СD* нагрузкой интенсивности *q* в вертикальной плоскости.

Значения исходных данных берутся из табл. 5.

При постоянных значениях *АВ=* 1 *м*; *ВD =* 7 *м*; *СD =* 4 *м* и сечении балки в форме квадрата со стороной *a*

1) построить эпюру поперечных сил;

2) построить эпюру изгибающих моментов;

3) найти опасное сечение;

4) определить предельный размер *a* сечения балки, исходя из условия прочности по допускаемому нормальному напряжению [*σр*], равному 160 МПа.

Таблица 5

Исходные данные к заданию 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер столбца (варианта) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *М*, кН м | 9 | 10 | 12 | 14 | 9 | 10 | 12 | 9 | 10 | 12 |
| *q*, кН/ м | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 | 5 |

**Задание 4. Расчёт бруса круглого сечения на прочность**

**при кручении с изгибом**

*О*

×

×

×

*2*

*c*

*x*

*у*

*z*

*t*

*t1*

*t2*

*T2*

*T1*

*α2*

*α1*

*T*

*1*

*l*

ω

*А*

*В*

*D*

*Е*

Стальной опирающийся на подшипники вал круглого сечения

(рис.4) радиуса *r* вращается с постоянной угловой скоростью ω. Привод шкива *c* радиуса *R* на валу осуществляется двигателем (рис.). Через шкив *c* переброшены вертикально приводные

Рис.4

ремни с натяжением ведущей и ведомой ветвей *Т* и *t.* На вал также насажены два ведомых шкива *1, 2* c радиусами *R1* и *R2*, передающие мощность *Р1* и *Р2*. Натяжения приводных ремней шкивов *1, 2* равны *Т1* , *t1* ,и *Т2* , *t2*, а углы наклона к горизонту - *α1* и *α2*. Найти опасное сечение вала и проверить его прочность по третьей теории прочности, если *r=*20 мм; *R= 4r*; *R2 = R*; *R1 = 2R*; *α1 = 300*; *α2 = 2α1* ; *Т =* *t*; *Т1 = 2t1*; *Т2 = 2t2*; *Р1 = 2Р*; *Р2 = Р*; *0A = AB = BD = DE = l*, допускаемое напряжение [τ] = 80 МПа*.*

Значения исходных данных берутся из табл. 6.

Таблица 6

Исходные данные к заданию 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер столбца (варианта) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| ω, рад/с | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 |
| *Р*, кВт | 20 | 30 | 40 | 20 | 30 | 40 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| *l*, м | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,1 | 0,2 | 0,3 |

**Задание 5. Расчёт стержня на устойчивость**



*l*

Вертикальная балка, (рис. 5) длиной *l* с заделанным нижним и свободным верхним концами сжимается продольной силой *N*. Определить предельный радиус *r* круглого сечения балки, изготовленной из стали Ст5, при котором балка не теряет устойчивость.

Значения исходных данных берутся из таблиц 7.

Рис. 5

Таблица 7

Исходные данные к заданию 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер столбца (варианта) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *N*, кН | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 | 220 | 240 | 260 |
| *l*, м | 2,0 | 2,2 | 2,4 | 2,6 | 2,8 | 3,0 | 3,2 | 3,4 | 3,6 | 3,8 |

В таблице 8 приведены справочные данные коэффициента φ уменьшения основного допускаемого напряжения для сжатых стержней.

Таблица 8

Коэффициент φ для стали Ст5 при различных значениях гибкости *λ* [4]

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *λ* | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 | 200 |
| *φ* | 1,00 | 0,98 | 0,95 | 0,92 | 0,89 | 0,86 | 0,82 | 0,76 | 0,70 | 0,62 | 0,51 | 0,43 | 0,36 | 0,33 | 0,29 | 0,26 | 0,24 | 0,21 | 0,19 | 0,17 | 0,16 |

**4. Методические указания по выполнению контрольной работы**

Контрольную работу рекомендуется выполнять в школьной тетради в клетку или на листах формата А4 с пронумерованными страницами, у которых с внешнего края оставляются поля шириной не менее 3 см для замечаний проверяющего преподавателя. Каждое из семи заданий целесообразно начинать с новой страницы, все расчеты и пояснения к ним выполнять чернилами, а схемы, графики и эпюры – карандашом, причем все схемы и эпюры к одному заданию размещают на одной странице, последовательно друг под другом с поясняющими надписями и обозначениями.



**Задание 1** выполняется после проработки содержания главы 2 “Растяжение и сжатие” учебника [4], особенно §§1-3, 8, 9.

Приведём пример решения задачи такого типа.

***Пример 1*. Брус (рис. 6), заделанный на левом конце и нагруженный продольными силами и , состоит из трех частей. Первая и вторая части длиной *l1* и *l2* и площадью поперечного сечения *F1* и *F2* соответственно, изготовлены из стали, третья часть длиной *l3* и площадью *F3* изготовлена из меди. Пренебрегая весом бруса,**



*l3*



*F2*

*F1*

*F3*

*l2*

*l1*

*медь*

*сталь*



**1) построить эпюры продольной силы** Рис. 6

***N* и нормального напряжения *σ*;**

**2) проверить условие прочности бруса, если допускаемое напряжения [σ] растяжения-сжатия равно 160 МПа;**

**3) найти полную деформацию *Δl* бруса, если *l1* = *0,2 м*; *l2* = *0,5 м*; *l3=0,4 м*; *F1* = *4 см2*; *F2* = *6 см2*; *F3 = 10 см2*; *Р1 = 30 кН*; *Р2 = 90 кН*; модули упругости стали *Ес* и меди *Ем* равны *2.105 МПа* и *105 МПа*.**



*0*



*l3*



*l2*

*l1*

*х*

*у*

*M0*

*Решение*. Решение следует начинать с со-

ставления расчётной схемы: освобождённого от связей бруса в виде его оси с указанием всех

внешних сил, включая реакции связей (рис. 7).

Рис. 7

Брус находится в равновесии. В соответствии с аксиомой о затвердевании это состояние не нарушится, если принять, что брус — абсолютно твердое тело.

Освободим брус от связи в виде заделки, приложив к левому концу реакции связи. Составим расчетную схему бруса с указанием внешних сил и реакций связей. Ось *0х* декартовой системы координат *0ху* с началом на левом конце бруса направим по его оси. Заделка препятствует перемещению точки *0* бруса вдоль осей *0х*, *0у* и повороту бруса вокруг оси *0z*, то есть реакциями заделки являются сила и момент пары сил.

Уравнения равновесия бруса, нагруженного плоской системой сил, запишем в аналитическом виде:

(1)



Из уравнений равновесия бруса (1) найдём, что в случае действия продольных сил момент *M0* пары сил реакций в заделке отсутствует (*M0 = 0*), а сила реакции направлена вдоль оси *0х* (*Х0* = || = 60 *кН*; *Y0* = 0; *=+*).



Обозначим: *N*(*x*), *σ*(*x*) — внутренняя продольная сила и нормальное напряжение в сечении на расстоянии *x* от левого конца бруса. В соответствии с методом сечений продольная сила в сечении равна алгебраической сумме величин внешних продольных сил слева (величина продольной силы слева положительная, если сила растягивает правую часть бруса):

*N*(*x*)*=Х0 =* 60 *кН*; *σ*(*x*) *==* 60 *МПа*,если 0 *≤ x < l3*;



*N*(*x*)*=Х0 – Р2 = –*30;  *σ*(*x*) *= = –*50 *МПа*,если *l3 ≤ x<*(*l3+l2*);



*N*(*x*) *= Х0 – Р2 = –*30;  *σ*(*x*) *= = –*75 *МПа*,если



(*l3+ l2*) *≤ x <* (*l3+ l2+ l1*).

Графики функций *N*(*x*), *σ*(*x*) называются эпюрами (рис. 8) внутренней продольной силы и нормального напряжения. Участки бруса (продольные волокна), на которых величины *N*(*x*), *σ*(*x*) положительные — растянуты, и сжаты в противном случае.

*l3*

*l2*

*l1*

***+***

***-***

*N*, *кН*

60

60

*50*

75

*σ*, *МПа*

30

***+***

***-***

***-***

Рис. 8

Полная деформация *Δl* бруса складывается из продольных деформаций *Δl1*, *Δl2*, *Δl3* участков:

*Δl = Δl1 + Δl2 + Δl3*. (2)

На трёх рассматриваемых участках длиной *l1, l2, l3* напряжения *σ1,* *σ2, σ3* постоянные и не превышают допускаемого напряжения [σ]. В соответствии с законом Гука

*Δl1= ; Δl2 =* ; *Δl3 =*

*Δl =.*

*Системы, состоящие из стержней, соединенных между собой шарнирами, называются статически определимыми, если реакции связей и внутренние усилия в брусьях можно определить при помощи уравнений равновесия.*

Система в рассмотренной выше задаче *—* статически определимая, так как для построения эпюр внутренних сил достаточно было найти реакции связи с помощью уравнений равновесия (1).

***Пример 2*.** Такой же составной брус (рис. 9), левый конец которого заделан, а правый ограничен продольным стерженьком с точечными шарнирами на концах, при нагружении теми же продольными силами не является статически определимой системой. Действительно, после освобождения от связей и приложения к левому и правому концам бруса реакций в виде продольных сил



Рис. 9

можно составить следующие три уравнения равновесия бруса в аналитическом виде (вертикальная составляющая и момент пары сил реакции заделки на рисунке равны нулю и не показаны):

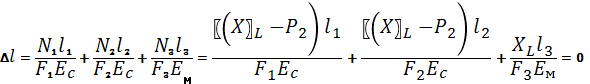
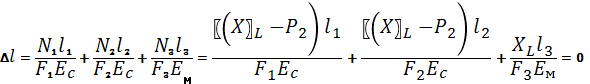
(3)



Последние два уравнения удовлетворяются тождественно, первое имеет две неизвестные величины: модули *XL*, *XR* сил . Данная стержневая система *–* статически неопределимая, так как реакции *XL*, *XR* связей с помощью уравнений равновесия (3) найти невозможно. Для получения недостающих уравнений в таких случаях пользуются так называемыми *уравнениями совместности деформаций*. Действительно, в этой задаче абсолютная деформация бруса известна: она равна нулю. Поэтому реакции связей должны быть такими, чтобы обеспечить заданную деформацию. Равенство (2) при известном *∆l* является уравнением совместности деформаций:



. (4)



Из уравнений (3), (4) найдем: *XL = 56 кН*, *XR = 34 кН*.

Закрепление бруса и на правом конце позволило снизить растягивающее напряжение и увеличить сжимающее (рис. 10).

РР Рис. 10

***Пример 3*. Вертикальный стальной стержень *1* и симметрично расположенные относительно него медные стержни *2*, *3* подвешены на горизонтальном потолке с помощью неподвижных шарниров и соединены между собой подвижным шарниром *С*, к которому приложена вертикальная сила . Найти усилия *N1*, *N2*, *N3* и нормальные напряжения *σ1*, *σ2*, *σ3* в сечениях стержней, если известны угол *β* между стержнями *2* и *3* , модули *Ес* и *Ем* упругости стали и меди, площади поперечных сечений *F1* стержня *1* и *F2* стержней *2,* *3***.



*Решение*. *Геометрически неизменяемые системы, состоящие из стержней, концы которых соединены между собой в узлах при помощи шарниров, называют фермами (рис.11).*



*2*

*3*

*1*

*β*

*β*

*N2*

*N3*

*N1*

*β*

*β*

*β*

*β*

*β*

*β*

*Δl1*

*Δl2*

*0*

*у*

*х*

*С*

*С*



Рис. 11

Все стержни фермы изготавливаются прямолинейными. Внешняя нагрузка в виде сосредоточенных сил прикладывается лишь в узлах фермы. Поэтому стержни фермы испытывают лишь осевую деформацию, то есть чистое растяжение или чистое сжатие и в них возникают только продольные внутренние силы.

Освободим узел *С* фермы от связей, приложив в т. *С* реакции стержней (усилия *N1*, *N2*, *N3*). Составим уравнения равновесия узла *С* или трёх сходящихся сил в аналитическом виде, выбрав декартову систему координат *0ху* с горизонтальной осью *0х* и вертикальной *0у*:

. (5)

Два уравнения (5) не позволяют найти три неизвестных *N1*, *N2*, *N3*, то есть ферма статически неопределима. Недостающее уравнение найдем из условия совместности деформаций стержней *1, 2, 3*. Растягивающие продольные силы в стержнях должны быть такими, чтобы удлинения крайних стержней были согласованы с удлинением среднего, то есть концы всех трех стержней должны быть в одной точке. Полагая, что деформации стержней малы, примем, что углы *β*, составляемые крайними стержнями со средним, после деформации не изменяются. Тогда между абсолютными деформациями любого крайнего стержня и среднего имеет место зависимость

*Δl2 = Δl1* cos*β*. (6)

При несоблюдении равенства (6) удлинения стержней были бы несогласованными, и была бы нарушена целостность конструкции.

Если *l1*, *l2*, *l3  —* длины стержней *1, 2, 3* до деформации, то в соответствии с законом Гука перепишем (6) так:

.

Учитывая, что *l1 = l2∙*cos*β*, последнее равенство примет вид

. (7)

Решая уравнения (5), (7), найдем искомые усилия

; .

Так как значения сил *N1*, *N2*, *N3* положительные, то напряжения, возникающие в поперечных сечениях стержней, растягивающие:

*σ1 = *, *σ2* = *σ3* = **.

**Задание 2** выполняется после изучения главы 6 “Кручение” учебника [1] или [4], особенно §§1, 2, 4.

Приведём пример решения задачи такого типа.

***Пример* 4. На стальной вал круглого сечения, вращающийся со скоростью *200 об/мин*, насажены четыре шкива. Шкивы *1*, *2*, *4* передают рабочим органам машины мощности *Р1*, *Р2*, *Р4*, равные *20*, *15*, *30* кВт соответственно. Шкив *3* служит для отбора мощности *Р3* от двигателя (рис. 1):**

*ω*

Рис. 12. *Вал со шкивами, расчётная схема и эпюра крутящего момента.*

*у*

*M1*

×

×

×

×

*2*

*3*

*4*

*х*

*M2*

*M3*

*M4*

*Ау*

*Ву*

*D*

*Су*

*Е*

*К*

*1,0*

*+*

*1,7*

*1,4*

*+*

*-*

*Mk,*

*кН м*

*1*

***Р3 = Р1* + *Р2* + *Р4* = *65 кВт*.**

**Требуется построить эпюру крутящих моментов и определить сечения, в которых касательное напряжение и относительный угол поворота наибольшие**.

*Решение*. При расчёте вала часто величина внешнего скручивающего момента *M* (Н∙м) определяется по величине потребляемой мощности *P* (Ватт) и по угловой скорости *ω* (рад/с): *M* = *P/*ω. Если известно, что вал совершает *n* оборотов в минуту, то *M* = *30P/(πn)*.Так как вал вращается с постоянной угловой скоростью, то алгебраическая сумма внешних скручивающих моментов равна нулю. Абсолютные величины угловой скорости *ω* вращения вала и внешних скручивающих моментов определяются по формулам

ω *= 200∙π/30* ≈ *21 рад/с*; *M1* =  =  ≈ *1,0 кН∙м*; *M2* =  ≈ *0,7 кН∙м*;

*M3* =  ≈ *3,1 кН∙м* ; *M4* =  ≈ *1,4 кН∙м*.

Скручивающие моменты внешних сил сопротивления, приложенных к шкивам, направлены в сторону, противоположную моменту *M4* внешних движущих сил (рис. 6).

Напомним метод сечений: крутящий момент *Mk* в поперечном сечении равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов слева. При этом знак крутящего момента в сечении положительный, если при взгляде на торец отсеченной части он стремится вращать брус вокруг продольной оси по ходу часовой стрелки; знак внешнего скручивающего момента слева от сечения положительный, если при взгляде со стороны правой части (со стороны конца оси *Ах*) он стремится вращать брус относительно продольной оси против хода часовой стрелки.

Участок *АВ*: *Mk* = *0 кН∙м*;

Участок *ВС*: *Mk* = *M1* = *1,0 кН∙м*;

Участок *СD*: *Mk* = *M1 + M2* = *1,0 + 0,7 =* *1,7 кН∙м*;

Участок *DE*: *Mk* = *M1 + M2 – M3*  = *1,0 + 0,7 – 3,1 = –1,4 кН∙м*;

Участок *ЕК*: *Mk* = *M1 + M2 – M3* + *M4 = 1,0 + 0,7 – 3,1+1,4 = 0 кН∙м*.

Эпюра крутящего момента показана на рис. 6. Абсолютная величина его *Mmax* достигает максимума в любом сечении участка *СD*: *Mmax* = *1,7 кН∙м*. Так как диаметр вала постоянный, то полярный момент инерции сечений и полярный момент сопротивления сечений вала также постоянные. В соответствии с формулами (6), (8) касательные напряжения и относительные углы поворота достигают максимума в тех сечениях, в которых абсолютная величина крутящего момента наибольшая, то есть в сечениях участка *СD*. Касательные напряжения максимальны на внешней границе круглых сечений.

Касательные напряжения *τ* на внешней границе круглого вала достигают максимума *τmax* в тех сечениях, в которых абсолютная величина крутящего момента наибольшая, то есть в сечениях участка *СD*:

.



Так как , условие прочности выполняется.



Вычислим искомый угол φповорота шкива 4 относительно шкива 3:

*.*



**Задание 3** выполняется после проработки учебного материала главы 7 «Прямой изгиб» в учебнике [1] или [4]. Внимание следует акцентировать на §§ 1- 6, 10.

***Пример 5*. Горизонтальная балка *АD* со свободным концом *А* опирается на неподвижный шарнир *В* и подвижный *D (рис. 11).***

*q*

*C*

*D*



*А*

*B*

*1 м*

*3 м*

*4 м*

Рис. 11

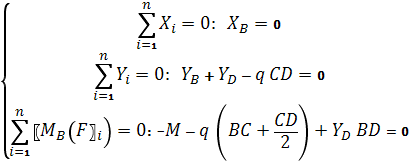
**Балка нагружена сосредоточенным моментом  пары сил и распределенной на участке *СD* вертикальной нагрузкой *q*, действующими в одной плоскости. Исходя из допускаемого нормального напряжения растяжения [*σ*], равного 160 *МПа*, рассчитать размеры сечений с различным профилем: круглым, кольцевым с отношением радиусов *3:4*, прямоугольным (полосовым) с отношением сторон *1:2*, квадратной рамкой с отношением сторон *3:4*. Подобрать в таблицах сортаментов стальных изделий размеры сечений с различным профилем: угловым равнобоким, швеллерным, двутавровым. Принять *АВ =* 1 *м*; *ВD =* 7 *м*; *СD =* 4 *м*;  = 9 *кН∙м*; *q* = 2**.**

*Решение*. 1. Определим реакции связей бруса.

1) освободимся от связей, приложив в точках *В* и *D* реакции связей как векторы ,, . Шарнир *В* неподвижный. Он препятствует перемещениям т. *В* балки по горизонтали (оси 0*х*) и вертикали (оси 0*у*), но не препятствует повороту.



2) составим уравнения равновесия свободной балки в аналитическом виде с неизвестными величинами *XB*, *YB*, *YD* векторов (отмечаем, что величина вектора – положительное число):



или *XB* = *0; YB + YD –* 8 = 0*; –* 9 *–* 8∙*5 + YD* ∙7 *=* 0;

3) из уравнений равновесия определим величины векторов: *XB=*0; *YB=*1 *кН*; *YD=*7 *кН* ;

Найденные величины сил положительные. Поэтому направления их указаны верно. Отрицательный знак величины вектора в результате решения уравнений указывал бы на то, что направление вектора следует изменить на противоположное, а знак величины на положительный.

2. Составим расчётную схему балки с указанием сил реакций

Рис. 12 *Расчетная схема*

*z*

*у*

*М*

*А*

*B*



*C*

*D*

*х*



*q*

(рис. 12). Ось *0х* декартову систему координат *0ху* в плоскости действия внешней нагрузки и началом в центре *А* тяжести поперечного сечения направим вдоль оси балки, а ось *0у—* вертикально вверх.

3. Разделим ось бруса на участки *АВ*, *ВС*, *СD*. Границами участков служат точки, в которых внешняя нагрузка, включая реакции связей, изменяется.

4. На каждом участке оси бруса выберем произвольную точку *е* (центр тяжести сечения), находящуюся на расстоянии *х* от начала координат (*х=Ае*) (рис. 13). Мысленно через точку *е* сечения проводим ось *еz*, параллельную оси *0z*. Найдем в сечении, соответствующем выбранной точке, поперечную силу *Qy* и изгибающий момент *Mz* как функции *Qy*(*х*), *Mz*(*х*) от *х*. Отметим, что изгибающий момент *Mz* равен алгебраической сумме моментов сил и пар сил относительно оси *еz*, находящихся слева от рассматриваемого сечения, то есть точки *е*. Для упрощения обозначений примем *Q*(*х*) = *Qy*(*х*), *M*(*х*) = *Mz*(*х*). Согласно методу сечений будем учитывать только такие внешние нагрузки, включая реакции связей, которые находятся слева от рассматриваемой точки участка.

Рис. 13. *Эпюры поперечной силы Q и изгибающего момента М*

*Q, кН*

*М, кН∙м*

*1*

*7*

*9*

*12,25*

*z*

*хЕ*

**+**

**-**

*у*



*А*

*B*



*C*

*D*

*х*



*q*

*е*

*х*

*z*

**+**

*е*

*е*

*Е*

Рассмотрим участок *АВ* ( *0 ≤ х < АВ* или *0 ≤ х < 1*).

Слева от точки *е* силы отсутствуют. Поэтому на участке *АВ Q*(*х*) = 0;

Момент пар сил можно переносить в пределах участка *Ае*. Его следует брать со знаком плюс, поскольку он стремится поворачивать балку относительно точки *е* по часовой стрелке. Правило выбора знака момента относительно оси *еz* при составлении уравнений равновесия и при построении эпюр приняты нами различными. Алгебраическая сумма моментов сил и пар сил слева от точки *е* относительно оси *еz* равна величине момента пар сил : *M*(*х*) =9 *кН∙м.*

Рассмотрим участок *ВС* (*АВ ≤ х < АС* или *1 ≤ х <4*).

Слева от точки *е* на участке *ВС* действуют сила, момент пары сил и распределённая на участке *Се* нагрузка. Поэтому на участке *АВ* имеем: *Q*(*х*) =*YB* = 1 *кН*.



В алгебраическую сумму моментов сил и пар сил слева от точки *е2* относительно оси *еz* входит величина момента пар сил со знаком плюс и величина момента силы ** относительно точки *е2*, равная произведению силы *YB* на плечо *Ве*, с тем же знаком, так как сила стремится вращать балку относительно точки *е* по ходу стрелки часов:

*M*(*х*) = + *YB*∙*Ве2 =* 9+*YB*  ( *х – АВ*) =9+ *1* (*х – 1*).

Рассмотрим участок *СD* (*АC ≤ х < АD* или *4 ≤ х < 8*).

Слева от точки *е* на участке *СD* действуют сила, момент пары сил и и распределенная нагрузка *q* на участке *Се*. Распределённую слева нагрузку можно заменить равнодействующей параллельных сил, сосредоточенной силой, приложенной в середине участка *Се* и равной *YL = q∙Ce*. Поперечная сила в сечении равна алгебраической сумме проекций сил на ось *0у* слева от сечения:



*Q*(*х*) =*YB* *– YL* = *YB* *– q∙Ce =* 1 *–* 2∙(*х–* 4) *кН*.

Поясним, как определяется изгибающий момент в точке (сечении) *е* участка *СD*. Момент силы относительно точки *е* определяется по тем же правилам. Величина момента распределенной нагрузки *q* на участке *Се3* равна произведению равнодействующей силы на плечо *Le* силы относительно точки *е*. В алгебраическую сумму эта величина войдёт со знаком минус, так как сила стремится вращать балку относительно точки *е* против хода стрелки часов:



*M*(*х*) = + *YB* ∙*Ве* *– YL Ce/2 =* + *YB* (*х*  *– АВ*) *– q∙*(*x– AC*)* =*

9 + 1*∙*(*х –* 1) *–* 2*∙*(*х –* 4)* = x +* 8 *–*(*x –* 4)*2*.

5*.* Функция *Q*(*х*) на всех участках линейная. Поэтому для построения её графика достаточно знать её значения на границах каждого участка.

Функция *M*(*х*)на некоторых участках квадратичная. Для построения её графика достаточно знать значения на границах каждого участка и определить участки, на которых функция монотонная (убывающая или возрастающая). Экстремум функции *M*(*х*) достигается при таком значении *хE*, когда **. Чтобы найти участки монотонности удобно воспользоваться *теоремой Журавского*: функция *M*(*х*) возрастает на тех участках, где ** или *Q*(*х*) > 0 и убывает там, где ** или *Q*(*х*) < 0.

На участке *ВС* (1 *≤ х <* 4) функции *Q*(*х*), *М*(*х*) линейные: *Q*(1) = 1 *кН*;

*Q*(4-) = 1 *кН*; *M*(1) = 9 *кН м*; *M*(*4-*) = 12 *кН м.*

На участке *СD* (4 *≤ х <* 8) функция *Q*(*х*), линейная, а функция *М*(*х*) квадратичная: *Q*(4+) = 1 *кН*; *Q*(8) = –7 *кН*; *M*(4+) = 12 *кН м*; *M*(8) = 0 *кН м*.

Найдем наибольший момент: или *хЕ*=4,5 *м*.



Так как 4 *< хЕ =* 4,5 *<* 8, то максимум *Mmax* момента достигается на участке *СD* и *Mmax = М*(4,5) = 12,25 *кН м*. Если найденное *хЕ* не попадало бы на участок *СD* (*хЕ>*8 или *хЕ<*4), то максимум момента достигался бы на границах участка, а в пределах участка *СD* его функция была бы монотонная (убывающая).

6. Вычисляем наименьший допустимый момент сопротивления *Wmin* относительно нейтральной оси *ez* опасного сечения:

.



7. Устанавливается функциональная связь между моментом сопротивления указанных в условии фигур и размерами (табл. 10).

10. Моменты сопротивления фигур и характерные рациональные размеры

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Фигура | Момент инерции *J*z относительно оси *0z* и момент сопротивления *W*z | Размеры при  *W*z*= Wmin* |
| *z*  *R*  *y*  *круг*  *0*  *ymax* | *J*z*=*  *W*z*= =* | *R =* |
| *z*  *0*  *R*  *y*  *кольцо*  *ymax* | *J*z *=*  *W*z *= =* | *c =*  *W*z *=*  *R =* |
| *b*  *z*  *ymax*  *y*  *a*  *прямоугольник*  *0*  *b/2* | *J*z *=*  *W*z *=  =* | *c =*  *W*z *=*  *b =* |
| *z*  *b*  *ymax*  *y*  *a*  *квадратная*  *рамка*  *0* | *J*z *=*  *W*z *=  =* | *c =*  *W*z *=*  *b =* |

Для круглого сечения



для кольцевого — ; *r =* 0,75*∙R =* 3,9 *см*;



для прямоугольного — ; *a =* 0,5*∙b =* 4,9 *см*;



для квадратной рамки — ; *a =* 0,75*∙b =* 6,5 *см*.



Подбирается номер заданного профиля, то есть рациональные размеры с помощью таблиц сортамента стали так, чтобы разность между табличным моментом сопротивления *Wz* и найденным выше *Wmin* была минимальной по абсолютной величине: *min*{|*Wz – Wmin*|} (табл. 11).

11. Фигуры, табличные искомые размеры и формулы расчёта *Wz*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *z*  *ymax*  *y0*  0  *a*  *a*  *равнобокий уголок*  *d* | *z*  *0*  *h*  *швеллер*  *s*  *a*  *z0*  *y*  *t* | *z*  *0*  *h*  *двутавр*  *s*  *a*  *y*  *t* |
| *a*, *d*, *y0*, *Jz* | *h, a, s, t, Wz* | *h, a, s, t, Wz* |
| *ymax*= *a- y0*; *W*z*=* |  |  |

**Задание 4** выполняется после изучения содержания §§ 1 - 4 главы 9 «Сложное сопротивление» в учебнике [1] или [4]. Внимание следует акцентировать на § 4.

***Пример 6*. Стальной опирающийся на подшипники вал круглого сечения радиуса *r* (м) вращается с постоянной угловой скоростью ω (рад/с) (рис. 14). Привод шкива *c* радиуса *R* на валу осуществляется двигателем (рис). Через шкив *c* переброшены вертикально приводные ремни с натяжением ведущей и ведо-** Рис. 14

*О*

×

×

×

*2*

*c*

*x*

*у*

*z*

*t*

*t1*

*t2*

*T2*

*T1*

*α2*

*α1*

*T*

*1*

*l*

ω

*А*

*В*

*С*

*D*

**мой ветвей *Т* и *t.* На вал также насажены два ведомых шкива *1, 2* c радиусами *R1* и *R2*, передающие мощность *Р* каждый. Натяжения приводных ремней шкивов *1, 2* равны *Т1* , *t1* ,и *Т2* , *t2*, а углы наклона к горизонту - *α1* и *α2*. Найти опасное сечение вала и проверить его прочность по третьей теории прочности, если заданы ω (рад/.с), *r* (м), *Р* (Вт), *l* (м), допускаемое напряжение [τ] (Па). Принять *R= 2r*; *R2 = R*; *R1 = 2R*; *α1 =* 30о; *α2 = 2α1* ; *Т =* *t*; *Т1 = 2t1*; *Т2 = 2t2*; *0A = AB = BD = DE = l.***

*Решение*.

1. Определяем мощность *Р1*, передаваемую на вал двигателем:

*Р1* = 2*Р.*

2. Определяем абсолютные значения внешних крутящих моментов *M*, *M1*, *M2*, передаваемых шкивами *с*, 1 и 2, по формулам *M* = *Р1/ω*= 2*Р/ω*, *M1* = *Р/ω*, *M2* = *Р/ω*.

Направления моментов на ведущем *с* и на ведомых 1, 2 шкивах противоположны (рис. 1 *b*).

2. Определяем усилия натяжения ремней шкивов, исходя из формул

*M* = (*Т –* *t*)*R*; *M1* = (*Т1 –* *t1*)*R1*; *M2* = (*Т2* *–* *t2*)*R2*.

Отсюда *Т* = 2*t* = 4*Р/*(*Rω*); *Т1* = 2*t1* = *2M1/R1* = *Р/*(*Rω*); *Т2* = 2*t2* = *2M2/R2*= *2Р/*(*Rω*).

3. Определяем модули *FА*, *FB*, *FЕ* главных векторов внешних сил , , , приложенных к точкам *А*, *В*, *Е* оси вала и действующих со стороны шкивов 1, *с*, 2:

*FА = T1 + t1 =* 1,5*Р/*(*Rω*); *FВ = T + t =* 6*Р/*(*Rω*); *FЕ = T2 + t2 =* 3*Р/*(*Rω*).

4. Выбираем прямоугольную декартову систему координат *0хуz* с осью *0х* по оси вала и вертикальной осью *0у*. Раскладываем силы , ,  на составляющие, параллельные осям *0х*, *0у*, *0z*: =; =; =.

5. Определяем модули составляющих сил из п. 4 по данным п. 3 и рис. 1:

*XA = 0*; *YA = Y1 = FА* sinα1 = 0,75*Р/*(*Rω*); *ZA = Z1 = FА* cosα1 ≈ 1,30*Р/*(*Rω*);

*XВ = 0*; *YВ = Y = FВ* = 6*Р/*(*Rω*); *ZВ = Z = 0*;

*XЕ = 0*; *YЕ = Y2 = FЕ* sinα2 ≈ 2,60*Р/*(*Rω*); *ZЕ = Z2 = FЕ* cosα2 = 1,5*Р/*(*Rω*).

6. Освобождаемся от связей, приложив точках *0*, *D* оси вала реакции подшипников  и : =, =. Подшипник *0* представляем как неподвижный, а подшипник *D* как подвижный вдоль оси *0х* цилиндрический шарнир (). Выбранные направления сил , , ,  показаны на рис. 1 *c, e.*

7. Составляем условия равновесия вала в координатном виде, выбрав т. *0* в качестве центра приведения:



Четвёртое уравнение этой системы уже решено в пп. 1, 2. Решение пяти уравнений с неизвестными модулями *X0*, *Y0*, *YD*, *Z0*, *ZD* сил , , , , даёт

*X0* = 0; *Y0* ≈ 1,63*Р/*(*Rω*); *YD* ≈ 7,72*Р/*(*Rω*); *Z0* ≈ 1,37*Р/*(*Rω*); *ZD* ≈ 1,57*Р/*(*Rω*).

Направления неизвестных сил реакций выбраны верно.

8. Строим эпюры изгибающих моментов *Mz*, *My* от вертикальных сил и горизонтальных сил, параллельных оси *0z* (рис. 15 *d, f*):

участок *0А* (0 ≤ *x* < *l*): *Mz = Y0 x =* 1,63*Рx/*(*Rω*); *My = –Z0 x = –*1,37*Рx/*(*Rω*);

участок *АB* (*l* ≤ *x* < 2*l*): *Mz = Y0 x – YA* (*x – l*) = 0,88*Рx/*(*Rω*) + 0,75*Рl/*(*Rω*);

*My = –Z0 x + ZA* (*x – l*) = *–*0,07*Рx/*(*Rω*) *–* 1,30*Рl/*(*Rω*);

участок *BD* (2*l* ≤ *x* < 3*l*):

*Mz = Y0 x – YA* (*x – l*) *– YB*(*x –* 2*l*) = *–*5,12*Рx/*(*Rω*) + 12,75*Рl/*(*Rω*);

*My = –Z0 x + ZA* (*x – l*) = *–*0,07*Рx/*(*Rω*) *–* 1,30*Рl/*(*Rω*);

участок *DE* (3*l*≤*x*≤4*l*):

*Mz = Y0 x – YA* (*x – l*) *– YB*(*x –* 2*l*) + *YD*(*x –* 3*l*) = 2,60*Рx/*(*Rω*) *–* 10,41*Рl/*(*Rω*);

*My = –Z0 x + ZA* (*x – l*) *+ ZD*(*x –* 3*l*) = 1,5*Рx/*(*Rω*) *–* 6,01*Рl/*(*Rω*).

*0*

*ZA*

*ZD*

×

×

×

*2*

*х*

*M1*

*M*

*M2*

*В*

*А*

*D*

*Е*

*a)*

*c*

*b)*

*x*

*у*

*z*

*t*

*t1*

*t2*

*T2*

*T1*

*α2*

*α1*

*0*

*Y*

*T*

*Y1*

*Y2*

*Y0*

*х*

*YA*

*YB*

*YD*

*YE*

*1*

*А*

*0*

*В*

*D*

*Е*

*с)*

*e)*

*Z0*

*ZE*

*А*

*0*

*В*

*D*

*Е*

*у*

*z*

*l*

*d)*

*х*

*+*

*-*

*Mz*

*0*

*z*

*Z2*

*z*

*х*

*х*

*My*

*-*

0.75*Рl/*(*Rω*)

*Mz*=2.61*Рl/*(*Rω*)

*My*=1.51*Рl/*(*Rω*)

*у*

*f)*

*Z1*

Рис. 15

9. Строим эпюру полного изгибающего момента *М* по формуле (рис. 16)

Рис. 16. *Эпюры полного изгибающего M и скручивающего Mk моментов*



*+*

*Mk*



*-*

*х*

*х*

*M*=3.02*Рl/*(*Rω*)

*D*

*0*

*M*

*0*

*А*

*В*

*М*=и эпюру скручивающего момента *Mk*,.

10. Определяем опасное сечение. Третья теория прочности объясняет разрушение материала только за счёт сдвига. Она построена на гипотезе, согласно которой разрушение наступает на тех площадках, на которых касательные напряжения достигают опасного значения [*τ*].

При изгибе с кручением бруса круглого сечения с осевым моментом сопротивления *W*, равным *πr3/4*, максимальные касательные напряжения определяются по формуле

*τ = /*(2*W*).

Таким образом, опасным служит сечение *D*, в котором полный изгибающий и скручивающий моменты достигают максимальных значений (рис. 2). При этом опасная точка находится на наибольшем удалении от оси вала, а условие прочности *τ* ≤ [*τ*] принимает вид

**≤ [*τ*],

или

**≤ [*τ*].

**Задание 5** выполняется после изучения содержания §§ 1 - 4 главы 13 «Продольный и продольно-поперечный изгиб прямого стержня» в учебнике [1] или [4].

*Пример 7*. **Вертикальная балка длиной *l*, равной 2 м, с шарнирно закрепленными концами сжимается продольной силой *N*, равной100 кН (рис.17). Определить предельный размер *a* квадратного сечения балки, изготовленной из стали Ст5, при котором балка не теряет устойчивость. Допускаемое напряжение на сжатие [σ] принять равным 160 МПа**.



*l*

*a*

*a*

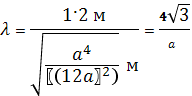
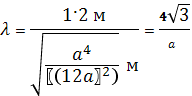
Рис.17

*Решение*. Допускаемое напряжение на устойчивость [σу] линейно связано с допускаемым напряжением на сжатие [σ]:

[σу]= φ·[σ], (1)

где φ – экспериментальный коэффициент, зависящий от материала и формы сечения стержня (гибкости λ).

Гибкость λ определяется формулой: , где *μ* – коэффициент приведения длины, равный 1 в случае шарнирных опор, *Jmin* – минимальный момент инерции относительно оси сечения, *F* – площадь сечения. Для квадратного сечения *Jmin*=*a4/*12; *F= a2* или . Отсюда



. (2)



Формулу (1) запишем так: или . Подставляя в последнее выражение *λ* вместо *a* с учётом (2), получим



или или . (3)



В таблице 6 находим столбец, в котором λ и φ удовлетворяют формуле (3) точнее всего. При этом допустима линейная аппроксимация табличных значений с точностью до целого λ. Найдём λ*=145*; φ *= 0,275*.

Из (2) найдём искомый размер: .



**5. Вопросы для самоконтроля и подготовки к экзамену**

**Основные понятия. Растяжение, сжатие. Теория напряженного состояния. Сдвиг. Геометрические характеристики сечений**

1. Какой вид деформации называется центральным растяжением?

2. Как определяется и строится эпюра продольных сил в сечениях бруса?

3. Как формулируется гипотеза Бернулли?

4. Как вычисляются нормальные и касательные напряжения в поперечных и наклонных сечениях бруса?

5. Как определяются абсолютная и относительная деформации?

6. Как формулируется закон Гука, и какие величины в него входят?

7. Какое напряженное состояние называется плоским?

8. Какое напряженное состояние называется пространственным?

9. Что представляют собой главные площадки и главные напряжения?

10. Для чего служит круг Мора?

11. Как строится круг Мора?

12. Как определяются напряжения на любых площадках с помощью круга Мора?

13. Какой случай плоского напряженного состояния называется чистым сдвигом?

14. Как записывается закон Гука при сдвиге?

15. Как определяется статический момент инерции плоской фигуры относительно оси?

16. Как определяется момент инерции плоской фигуры относительно оси?

17. Как определяется полярный момент инерции плоской фигуры относительно оси?

18. Каковы размерности статического момента инерции и момент инерции плоской фигуры относительно оси?

19. Как определяются координаты центра тяжести плоской фигуры?

20.Какие оси называются главными осями инерции?

21. Какие оси называются центральными главными осями инерции?

22. Чему равен центробежный момент инерции относительно главных осей инерции?

23. В каких случаях можно определить положения главных осей инерции без вычислений?

**Кручение бруса круглого сечения. Прямой изгиб**

1. При каком нагружении прямой брус испытывает деформацию кручения?

2. Как вычисляется момент пары по заданной мощности и угловой скорости в оборотах в минуту?

3. Как определяются эпюры крутящих моментов и как они стоятся?

4. Как определяется полный и относительный углы закручивания бруса?

5. Какие напряжения возникают в поперечном сечении бруса круглого сечения при кручении?

6. На каких площадках, проходящих через точку, возникают наибольшие нормальные напряжения?

7. На каких площадках, проходящих через точку, возникают наибольшие касательные напряжения?

8. Как производится расчет на прочность бруса при кручении?

9. Как определяется прямой изгиб?

10. Как различаются чистый и поперечный изгибы?

11. Какие внутренние усилия возникают в поперечном сечении бруса при поперечном изгибе?

12. Какие типы опор применяются для закрепления балок к основанию?

13. Как формулируется теорема Журавского?

14. Позволяет ли теорема Журавского проверять правильность построения эпюр поперечной силы и изгибающего момента в поперечных сечениях бруса? Если да, то как именно?

15. Что представляет собой нейтральный слой и нейтральная ось?

16. Как определяется момент сопротивления при изгибе?

17. Какие перемещения получают точки балки при прямом изгибе?

18. В чем суть определения перемещений балки методом начальных параметров?

**Сложное сопротивление. Расчет статически неопределимых стержневых систем. Продольный изгиб прямого стержня**

1. Какой изгиб называется косым?

2. Может ли балка круглого сечения испытывать косой изгиб?

3. Сочетанием каких видов изгиба является косой изгиб?

4. Как находится положение нейтральной оси при косом изгибе?

5. Что представляют собой опасные точки сечения и как они определяются при косом изгибе?

6. Как определяется положение нейтральной оси при внецентренном растяжении и сжатии?

7. По каким формулам определяются нормальные напряжения при внецентренном растяжении и сжатии?

8. Как определяется и строится ядро сечения?

9. Какие напряжения возникают в поперечном сечении бруса при изгибе с кручением?

10. Какие точки круглого поперечного сечения бруса являются опасными при изгибе с кручением?

11. Как рассчитывается на прочность брус круглого сечения при изгибе с кручением?

12. Какие системы называются статически неопределимыми?

13. Как определяется степень статической неопределимости системы?

14. Какая система называется геометрически неизменяемой?

15. Как определяется степень статической неопределимости замкнутого контура?

16. Что выражает каждое из канонических уравнений?

17. Перемножением каких эпюр определяются коэффициенты и грузовые члены системы канонических уравнений?

18. Как производится определение перемещений в статически неопределимых системах?

19. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?

20. Дайте определения критической силы и критического напряжения.

21. Дайте определение гибкости стержня.

22. Что представляет собой коэффициент приведения длины и чему он равен при различных видах закрепления стержня?

23. Какой вид имеет условие устойчивости сжатого стержня?

24. Как подбирается сечение стержня при расчете на устойчивость?

25. Как определяется продольно-поперечный изгиб стержня?

26. Можно ли применять принцип независимости действия сил при продольно-поперечном изгибе?

**Динамическая нагрузка. Расчет конструкций по несущей способности**

1. Какие нагрузки называются статические и какие – динамические?

2. Какое явление называется ударом?

3. Какая гипотеза лежит в основе теории удара в курсе сопротивления материалов?

4. Дайте определение динамического коэффициента при ударе.

5. Какая нагрузка называется внезапной и чему равен динамический коэффициент при внезапной нагрузке?

6. Как определяются перемещения и напряжения при ударе?

7. Какие конструктивные решения позволяют уменьшить напряжения при ударе?

8. Зависят ли напряжения при ударе от модуля упругости материала?

9. Что называется циклом напряжений?

10. Что представляет собой симметричный и асимметричный циклы?

11. Что называется средним, максимальным, минимальным напряжением, амплитудой, коэффициентом асимметрии цикла напряжений?

12. Что представляет собой кривая усталости (кривая Вёллера)?

13. Что называется пределом выносливости?

14. Как влияет на предел выносливости чистота поверхности?

15. От основных факторов зависит величина требуемого коэффициента запаса прочности?

16. Как определяются коэффициенты запаса прочности при симметричном цикле в случае изгиба, растяжения и сжатия, кручения?